

INTERETS COMPOSES

Un capital est placé à **intérêts composés**, lorsque, à la fin de chaque période (en général à la fin de chaque année), l'intérêt simple produit pendant cette période est ajouté au capital pour produire un nouvel intérêt au cours de la période suivante.

Il y a **capitalisation** à la fin de chaque période de l'intérêt produit.

Exemple :

Un capital de 2 000 € est placé à 3 % par an à intérêts composés pendant 4 ans.

Année	Capital au début de l'année	Intérêt simple annuel	Valeur acquise à la fin de l'année
1	2 000 €	60 €	2 060 €
2	2 060 €	61,80 €	2 121,80 €
3	2 121,80 €	63,65 €	2 185,45 €
4	2 185,45 €	65,56 €	2 251,01 €
5	2 251,01 €	67,53 €	2 318,54 €

Plus le nombre d'années est grand, plus le calcul est long si l'on suit cette méthode.

Une formule va nous permettre de déterminer directement la valeur acquise à la fin de la période.

Formule :

$$C_n = C \times \left(1 + \frac{t}{100} \right)^n$$

Capital taux de placement

valeur acquise nombre d'années
au bout de n années

En utilisant la formule ci-dessus, calculer la valeur acquise par le capital de l'exemple précédent :

- au bout de 2 ans : $C_2 = 2\,000 \times \left(1 + \frac{3}{100} \right)^2 = 2\,000 \times 1,03^2 = 2\,121,80 \text{ €}$
- au bout de 4 ans : $C_4 = 2\,000 \times 1,03^4 = 2\,251,02 \text{ €}$
- au bout de 5 ans : $C_5 = 2\,000 \times 1,03^5 = 2\,318,55 \text{ €}$

Applications :

1. Quelle est la valeur acquise par un capital de 1 200 € placé à 8 % par an à intérêts composés pendant 3 ans ?

$$C_3 = 1\,200 \times \left(1 + \frac{8}{100}\right)^3 = 1\,200 \times 1,08^3 = 1\,511,65 \text{ €}$$

2. Quelle est la valeur acquise par un capital de 400 € placé à 6 % par an à intérêts composés pendant 4 ans et demi ?

$$C_{4,5} = 400 \times \left(1 + \frac{6}{100}\right)^{4,5} = 400 \times 1,06^{4,5} = 519,92 \text{ €}$$

3. Quelle est la valeur acquise par un capital de 8 000 € placé pendant 5 ans et 3 mois à intérêts composés au taux de 4,25 % ?

$$C_{5,25} = 8\,000 \times \left(1 + \frac{4,25}{100}\right)^{5,25} = 8\,000 \times 1,0425^{5,25} = 9\,953,81 \text{ €}$$

◆ Calcul de l'intérêt :

On connaît le capital initial C et la valeur acquise C_n , comment déterminer l'intérêt I ?

$$I = C_n - C$$

◆ Calcul du capital initial :

On connaît la valeur acquise C_n , la durée du placement n et le taux d'intérêt t %, comment déterminer le capital initial C ?

$$C = \frac{C_n}{\left(1 + \frac{t}{100}\right)^n}$$

$$C = C_n \times \left(1 + \frac{t}{100}\right)^{-n}$$

Déroulement de la séance : (cours + exercices : 2h 30 environ)

- Je complète, avec les élèves, le tableau.
- Je donne la formule sans la démontrer parce la démonstration me paraît trop compliquée pour cette classe (1^{ère} année BEP Métiers du secrétariat).
- Je vérifie, avec les élèves, qu'en utilisant la formule, on retrouve les résultats du tableau (les écarts de 1 centime venant des arrondis) et en même temps je les aide dans l'utilisation de la formule et l'utilisation de la calculatrice notamment en ce qui concerne la touche « exposant ».
- Les élèves font les applications, on les corrige ensuite.
- On réfléchit, avec la définition de la valeur acquise vue dans le chapitre précédent sur les intérêts simples, à « comment calculer I connaissant C et C_n »
- Ensuite « Comment transformer la formule du départ pour déterminer le capital initial ? »
- Enfin la feuille d'exercices est distribuée aux élèves. Les premiers portant sur l'utilisation et la transformation de la formule, des élèves sont interrogés sur la résolution de ces exercices. Pour les autres exercices, un temps de réflexion leur sera accordé.