1. <u>Caractérisation d'une série statistique à deux variables :</u>

Une série statistique à deux variables est une série dont les valeurs sont données par les couples (x ; y). Elle est représentée dans un repère orthogonal par tous les points de coordonnées (x ; y).

L'ensemble de ces points forme un **<u>nuage de points</u>**. Ce nuage peut avoir une forme allongée, curviligne ou très dispersée.

2. <u>Point moyen :</u>

Le point moyen d'un nuage de points a pour :

- abscisse, la moyenne des abscisses des points constituant le nuage ;
- ordonnée, la moyenne des ordonnées.

Ce point est le point $G(\overline{x}\ ;\ \overline{y})\ avec\ \overline{x} = \frac{\sum n_i x_i}{N}\ et\ \overline{y} = \frac{\sum n_i y_i}{N}$

3. <u>Ajustement affine du nuage de points</u>

Dans le cas d'un nuage de points de forme allongée, et afin de faciliter l'étude de la série, il est possible de modéliser ce nuage par une droite appelée droite d'ajustement affine.

La droite d'ajustement affine permet d'estimer la valeur d'un caractère quand on connait la valeur du 2ème caractère ou d'établir des prévisions.

La forme du nuage de points nous permet de dire qu'il existe une fonction affine « $y = f(x) = ax + b$ » qui lie les valeurs x_i et y_i .

<u>Rappel</u> : toute droite passant par les points G_1 (x_1 ; y_1) et G_2 (x_2 ; y_2) a pour équation

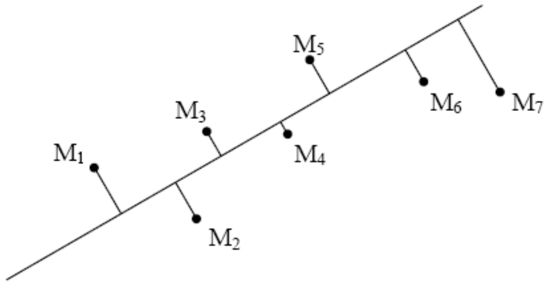
$y = a\,x + b$ avec $a = \dfrac{y_{G_2} - y_{G_1}}{x_{G_2} - x_{G_1}}$ et $b = y_{G_1} - a x_{G_1} = y_{G_2} - a x_{G_2}$

Pour tracer cette droite, on peut utiliser 3 méthodes :

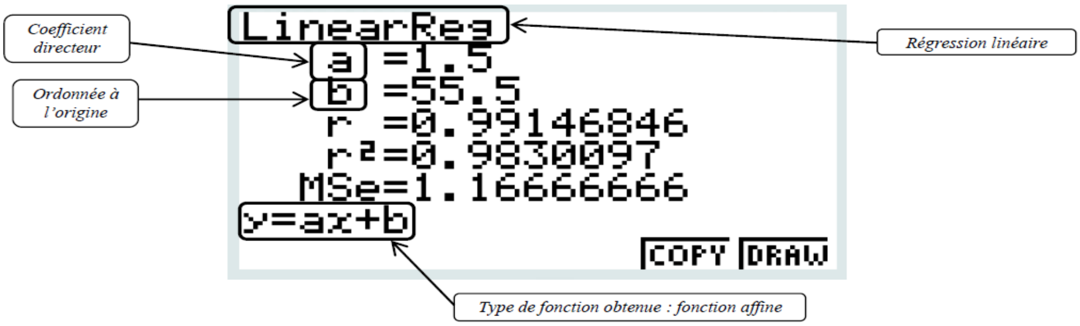
- **Méthode empirique d'ajustement affine** : il s'agit de tracer une droite qui passe par le point moyen G et au plus près d'un maximum de points du nuage. Cette méthode n'est pas complètement fausse mais dépend de l'opérateur.
- **Méthode de Mayer** : elle consiste à :
  - fractionner le nuage en 2 nuages dont les effectifs sont égaux ou différents de 1 ;
  - calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 des 2 parties du nuage ;
  - déterminer l'équation de la droite (G_1 G_2) qui est de la forme $y = a\,x + b$

- **Méthode des moindres carrés** :

  Elle consiste à rechercher la droite telle que la somme des carrés des distances des points M_i ($1 \leq i \leq n$) à la droite soit minimale.



- Exemple de modélisation à l'aide d'un outil numérique :



L'équation du type $y = ax+b$, a pour expression $y = 1,5x+55,5$

r = 0,99146846 : est le coefficient de corrélation. Sa valeur est comprise entre -1 et 1. La valeur est négative dans le cas d'une fonction décroissante et positive dans le cas d'une fonction croissante. Plus la valeur absolue est proche de 1, plus les points sont alignés.

r^2 = 0,9830097 : est le coefficient de détermination. C'est le carré du coefficient de corrélation. Le coefficient de détermination R^2 est compris entre 0 et 1. Plus sa valeur se rapproche de 1, plus le pouvoir de prédiction grâce à l'ajustement est bon.

4. Autres ajustements possibles

   On peut également choisir, à l'aide d'un outil numérique, un ajustement plus adapté du nuage de points à partir d'autres fonctions de référence du type $y = log(x)$, $y = a^x$, $y = x^2$, $y = 1/x$, ...