Charges minimales

- Une entreprise produit différents articles de pêche. Les charges variables C (en euros) de l'entreprise dépendent de la quantité q d'articles produits et sont donnés par la relation : $C(q) = 2q^2 - 60q + 500$
- Compléter le tableau ci-dessous :

q	0	10	20	30	40	50
C						

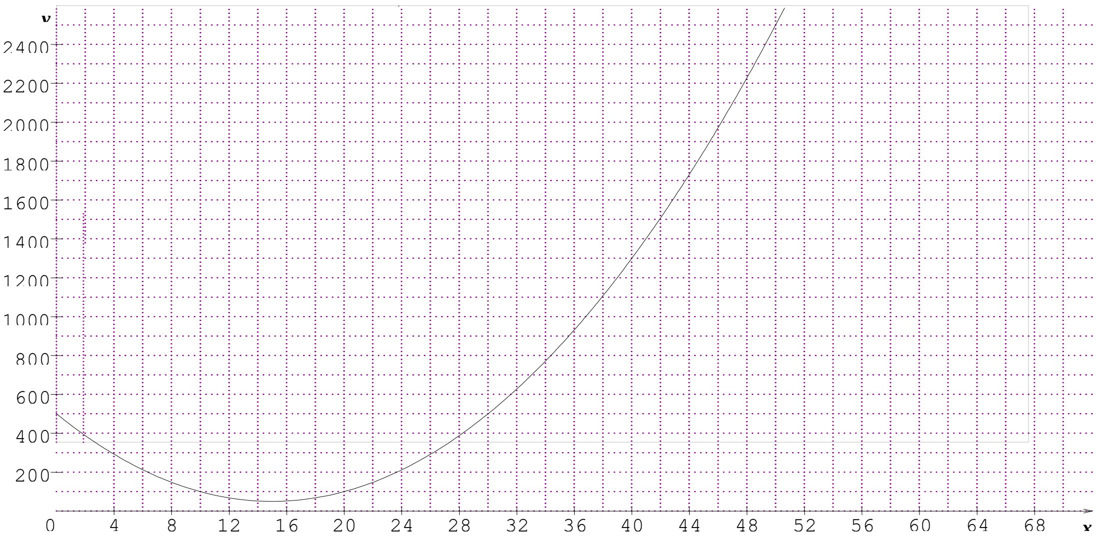
- On considère la fonction f qui, à x appartenant à l'intervalle [0 ;50] fait correspondre $f(x) = 2x^2 - 60x + 500$.
  Calculer la dérivée de la fonction f, notée $f\,'$.
  ....
  Etudier le signe de $f\,'$.
  ....

- Dresser le tableau de variation de f.

x	
Signe de $f\,'(x)$	
$f(x)$	

- En déduire que la fonction f admet un minimum et calculer ce minimum :
  ………

- Soit la courbe représentative de cette fonction



  - Déterminer les quantités à produire pour que :

    les charges soient minimales : ……………………………………………………………………………………

    les charges soient inférieures à 2000 € : ………………………………………………………………………

Bénéfice

Le bénéfice B réalisé par une société pour un nombre n d'articles produits est donné par la relation

$B(n) = -28000 + 350n - 0{,}7n^2$

Question 1 **Compréhension de la situation – Détermination d'une méthode de résolution**

- Expliquer pourquoi la fonction B n'est définie que pour des valeurs de n positives ou nulles

……

……

- On va calculer le bénéfice $B(n)$ pour plusieurs valeurs n. Compléter le tableau de valeurs suivant :

Nombre d'articles : n	0	5	10	25	40	55	60	70
Bénéfice : $B(n) = -28000 + 350n - 0{,}7n^2$								

- Proposer une méthode pour étudier l'évolution du bénéfice en fonction du nombre d'articles produits :

……

……

Question 2 **Modélisation du problème**

- Soit f la fonction définie sur l'intervalle [100 ; 400] par : $f(x)= -0{,}7\,x^2 + 350x - 28000$

  Calculer $f\,'(x)$, où $f\,'$ désigne la dérivée de la fonction f : ………………………………………..

- Déterminer le signe de $f'(x)$ en résolvant l'équation $f\,'(x) \leq 0$

  …………………………………………………………………………………………………

  …………………………………………………………………………………………………

  …………………………………………………………………………………………………

  …………………………………………………………………………………………………

- Compléter le tableau de variation de la fonction f

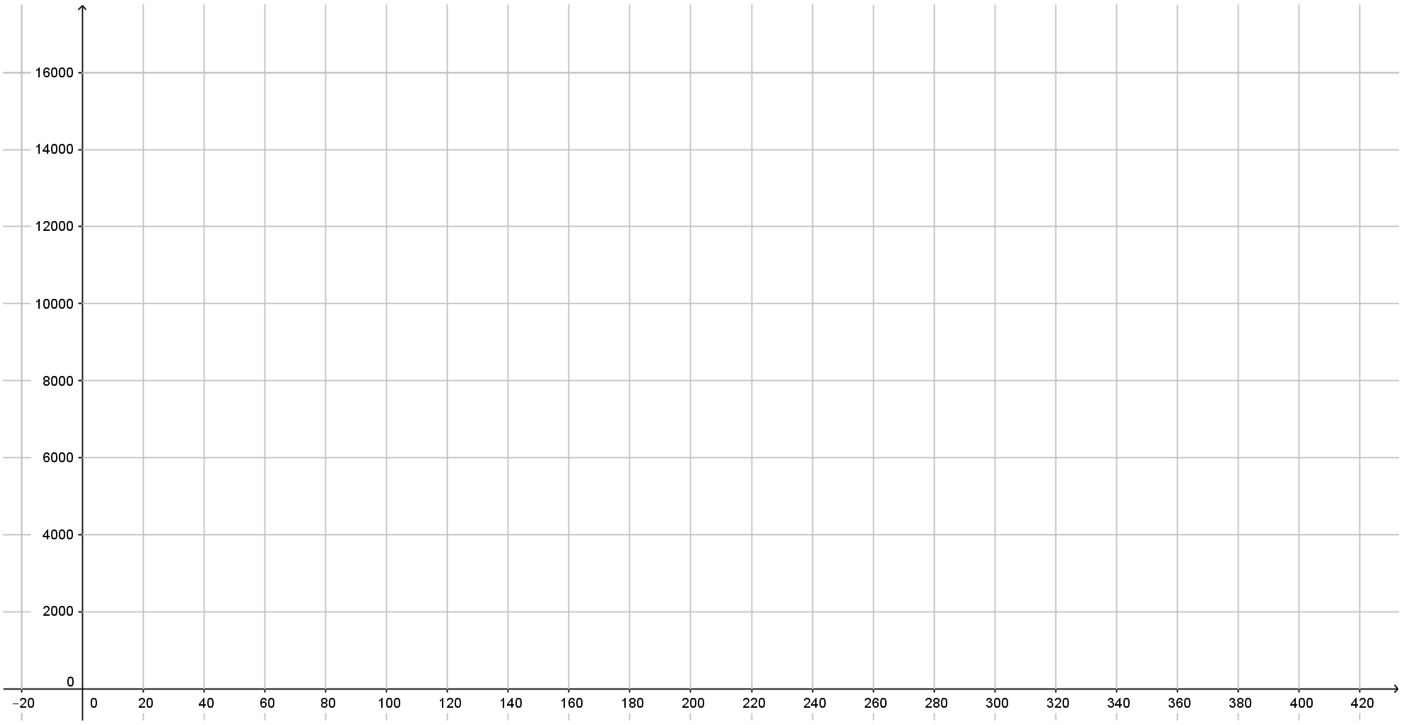
x	100 ….	400
$f'(x)$	…	…
$f(x) = -0{,}7\,x^2 + 350x - 28000$		

- En déduire les coordonnées du maximum de la fonction *f* :

  ……………………………………………………………………………………………………

  ……………………………………………………………………………………………………

- Représenter graphiquement cette fonction dans le repère ci-dessous :

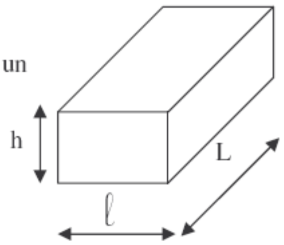


- En déduire le nombre d'articles pour lequel l'entreprise réalisera le bénéfice maximal. Quel sera alors ce bénéfice ?

  ……………………………………………………………………………………………………

  ……………………………………………………………………………………………………

Volume maximum :



Une entreprise d'emballages industriels veut réaliser un conteneur ayant la forme d'un parallélépipède rectangle pour un transport maritime à l'exportation.
Pour des raisons techniques, ses dimensions intérieures sont liées par les relations :
ℓ+h=5,4m ℓ+L=11m

Exprimer h et L en fonction de ℓ.

....

Montrer que le volume V s'exprime en fonction de ℓ par la relation $V = \ell^3 - 16{,}4\ell^2 + 59{,}4\ell$.

....

....

Soit la fonction *f* définie sur [1 ; 4] par $f(x) = x^3 - 16{,}4x^2 + 59{,}4x$. Calculer $f'(x)$.

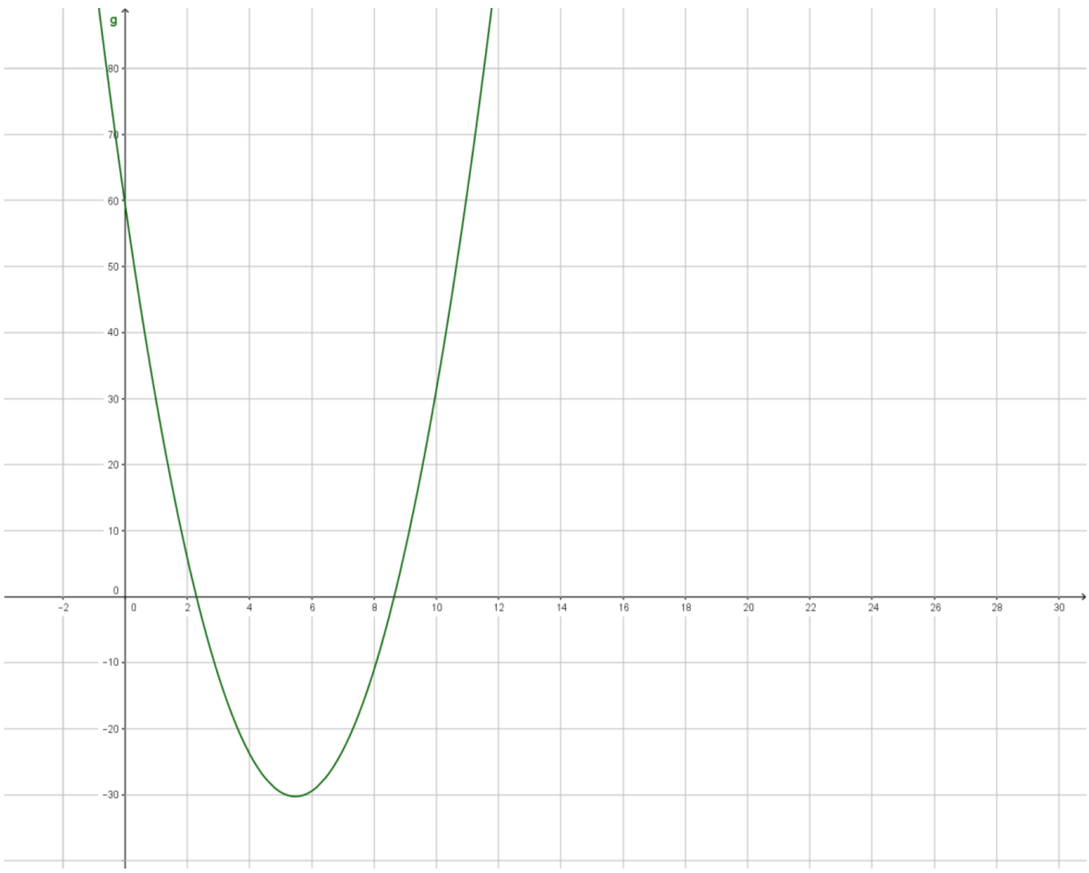
....

Montrer que l'équation $f'(x) = 0$ admet deux solutions x_1 *et* x_2 que l'on calculera

....

....

- Soit la représentation graphique de la fonction $f'(x)= 3x^2-32{,}8x+59{,}4$:



Compléter le tableau de signes suivant (par « **+** » ou « **-** » ou « **0** »)

x	0 11		
$f'(x) = 3x^2 - 32{,}8x + 59{,}4$	.....	.....	.....

➢ Compléter le tableau de variation de la fonction *f*

x	0 2,29 8,64 11		
$f'(x)$	…	…	….
$f(x) = x^3 - 16{,}4x^2 + 59{,}4x$			

➢ En déduire les dimensions intérieures (arrondies au cm) du conteneur ayant un volume maximum :
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………