Activité 1 :

Parmi les nombres suivants, trouver et encadrer celui qui vérifie l’égalité proposée.

Nombres proposés	Egalités
17 ;7 ;-7 ;-17 ;$\frac{12}{5}$;-$\frac{12}{5}$	5 + $\boxed{\ldots\ldots}$ = -12
5 ;-9 ;9 ;-5	3 × $\boxed{\ldots\ldots}$ - 6 = 21
-11 ;-$\frac{11}{5}$;11 ;$\frac{11}{5}$;$\frac{3}{5}$;-$\frac{3}{5}$	2 × $\boxed{\ldots\ldots}$ + 7 = 3 × $\boxed{\ldots\ldots}$ - 4
63 ;6,1 ;-7,9	3,9 × $\boxed{\ldots\ldots}$ + 6,2 = 4 × $\boxed{\ldots\ldots}$ - 0,1

Activité 2 :

Habituellement on remplace le nombre inconnu par une lettre : si on remplace la lettre par le nombre proposé, les égalités suivantes sont-elles vérifiées ? (répondre oui ou non)

égalité	Nombre proposé	réponse
3x+7=4x-2	-9	
3(2x+7)-4x = 7x-2	4,6	
$\frac{2x-4}{3}$ +x = 12	8	
2(x+3) –3x = 3(2x-4)	$\frac{10}{7}$	

Activité 3 :

Les équations 1 et 2 sur la même ligne admettent la même solution donc sont équivalentes .
Comment passe t-on de l’une à l’autre ?

Equation 1	Comment est-on passé de l’équation 1 à l’équation 2	l’équation 2
2x + 3 = x + 7		2x + 4 = x + 8
2x – 7 = x – 1		2x – 12 = x – 6
x – 2 = $\frac{2}{3}$ x + 1		3x – 6 = 2x + 3
12x – 4 = 16		3x – 1 = 4

Retenons :

Une équation est…………………………………………………………………………
La solution de l'équation est…………………………………………………………
Résoudre une équation c'est…………………………………………………………

On obtient deux équations équivalentes :
- en …………
- en …………

Activité 4 : résolution d'équations dans IR

- $3x + 7 = 12$
- $2 = 3x + \frac{1}{3}$
- $2x + 3 = 4x - 2$
- $\frac{7x + 9}{4} + x = \frac{5x}{2} + 3$
- $2 (7-x) - 6 = 4 (2-x)$
- $8x - x (x+2) = 5 - x^2$
- $+ \frac{x + 5}{5} - \frac{x-2}{15} = -x + 1$
- $2x + 3 - (7x - 4) = 9 - (5x + 2)$
- $5x - 1 - (3x - 2) = 2x + 8$

Exemple de résolution : résoudre $\dfrac{5(2x-3)}{6} + 2 = \dfrac{3(3-x)}{4} + \dfrac{4}{3}$

a) On réduit les 2 membres de l'équation au même dénominateur

Pour obtenir une équation équivalente :

$$\frac{10\,(2x-3)+24}{12} = \frac{9\,(3-x)+16}{12}$$

b) On « chasse » le dénominateur

$10\,(2x-3) + 24 = 9\,(3-x) + 16$

- On peut multiplier les 2 membres d'une équation par un même nombre non nul

On développe :

$20x - 30 + 24 = 27 - 9x + 16$

c) On regroupe les termes en x d'un même côté

Tout terme changeant de membre change de signe

$20x + 9x = 27 + 16 + 30 - 24$

- On peut ajouter ou retrancher un même nombre aux 2 membres d'une équation.

d) On effectue les calculs dans chaque membre

$29x = 49$

e) On divise les 2 membres par le coefficient de x

$$x = \frac{49}{29}$$

- On peut diviser les 2 membres d'une équation par un même nombre non nul

Attention : l'ensemble de résolution d'une équation est précisé sous la forme :
Résoudre dans IR ou dans $\mathbb{Z}$ ou IN l'équation………
Penser à vérifier que la solution de l' équation appartient bien à l'ensemble de demandé.

Ex : Résoudre dans IR , $\dfrac{5(2x-3)}{6} + 2 = \dfrac{3(3-x)}{4} + \dfrac{4}{3}$ $\quad S = \left\{\dfrac{49}{29}\right\}$

Résoudre dans $\mathbb{Z}$, $\dfrac{5(2x-3)}{6} + 2 = \dfrac{3(3-x)}{4} + \dfrac{4}{3}$ $\quad S = \varnothing$ ou $\{\quad\}$

Cas particuliers :

a) résoudre dans IR : $2x + 3 – (7x -) = 9 – (5x + 2)$

$2x + 3 –7x + 4 = 9 –5x – 2$
$-5x + 5x = 7 – 7$
$0x = 0$
Donc $S = IR$

b) résoudre dans IR : $5x – 1 – (3x – 2) = 2x + 8$

$5x – 1 –3x + 2 = 2x + 8$
$2x –2x = 8-1$
$0x = 7$
Donc $S = \varnothing$

c) équation produit

Résoudre dans IR : $(x – 1)(2x + 5)(3x – 2) = 0$

Chaque facteur peut être égal à zéro (pour qu'un produit de facteurs soit nul, il suffit que l'un des facteurs soit nul.)

$$\left.\begin{array}{l} x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ \text{ou} \\ 2x + 5 = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{2} \\ \text{ou} \\ 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \end{array}\right\} \quad S = \left\{1\ ;\ -\frac{5}{2}\ ;\ \frac{2}{3}\right\}$$

d) Equation se ramenant au 1er degré

Résoudre dans IR : $25x^2 = 36$

$25x^2 - 36 = 0$

$$\left.\begin{array}{l} (5x + 6)(5x - 6) = 0 \\ 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = -\frac{6}{5} \\ \text{ou} \\ 5x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{6}{5} \end{array}\right\} \quad S = \left\{-\frac{6}{5}\ ;\ \frac{6}{5}\right\}$$

Résoudre dans IR : $x^2 - 10x + 9 = 0$

$x^2 - (2\times5x) + 25 – 16 = 0$
$(x – 5)^2 - 16 = 0$
$(x – 5 + 4)(x – 5 – 4) = 0$
$(x – 1)(x – 9) = 0$

$$\left.\begin{array}{l} x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ \text{ou} \\ x - 9 = 0 \Rightarrow x = 9 \end{array}\right\} \quad S = \{1\ ;9\}$$

◆ Mode de résolution :

$$\underbrace{2(6+x)+2(10+x)}_{\text{premier membre}} = \underbrace{3(2\times 6+2\times 10)}_{\text{deuxième membre}}$$

La résolution de l'équation nécessite plusieurs étapes :

1ère étape :	**Développer** puis **réduire** les deux membres.

$$2\,(6 + x) + 2\,(10 + x) = 3\,(2\times 6 + 2\times 10)$$
$$12 + 2x + 20 + 2x = 3\,(12 + 20)$$
$$12 + 2x + 20 + 2x = 3 \times 32$$
$$4x + 32 = 96$$

2e étape :	**Regrouper** dans un membre, uniquement les termes contenant l'inconnue puis **réduire** chaque membre.

$$4x \boxed{+\ 32} = 96$$
$$4x = 96 - \mathbf{32}$$
$$4x = 64$$

3e étape :	**Calculer** les valeurs de l'inconnue.

$$\boxed{4\ \times}\ x = 64$$
$$x = \frac{64}{\mathbf{4}}$$
$$x = 16$$

4e étape :	**Donner** la **solution** de l'équation.

➢ Solution de l'équation **S = {16}**

Remarque :	Si l'équation permet la résolution d'un problème alors sa solution doit être transcrite en solution du problème.

➢ **Solution du problème :** La longueur ajoutée aux dimensions du rectangle est 16 mètres.

INEQUATIONS DU 1ER DEGRE A UNE INCONNUE

Retenons :
Pour résoudre une inéquation du 1erdegré on applique les mêmes règles que pour une équation du 1er degré sauf que si on multiplie ou divise les deux membres de l'inégalité par un nombre négatif l'inégalité change de sens.

Pour résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue, : ▪ on isole les termes en x dans le premier membre; ▪ On obtient ainsi une inéquation de la forme : $ax \geq b \ (a \neq 0)$ **Remarque** : les règles sont valables pour les autres inégalités $<$, $\geq$, $>$.	$5(x-2) \geq x+6$ $5x - 10 \geq x + 6$ $5x - x \geq 10 + 6$ $4x \geq 16$ d'où $x \geq \frac{16}{4}$ soit $x \geq 4$ l'ensemble des solutions est : $S = [4 ;+\infty[$ 4 + ∞ $4(2x-3) > 10x + 4$ $8x - 12 > 10x + 4$ $8x - 10x > 4 + 12$ $-2x > 16$ $2x < -16$ d'où $x < -\frac{16}{2}$ soit $x < -8$ l'ensemble des solutions est : $S =]-\infty ; -8[$ - ∞ -8