

Méthodes

I. Déterminer le terme de rang n d'une suite arithmétique :

- **Exemple :** Calculer le 13^e terme d'une suite arithmétique de premier terme $u_1 = 1,75$ et de raison $r = 3,5$.

- **Méthode :**

On utilise la relation $u_n = u_1 + (n - 1)r$

- **Solution :**

$$u_{13} = 1,75 + (13 - 1) \times 3,5$$

$$u_{13} = 1,75 + 12 \times 3,5 = 1,75 + 42 \Rightarrow u_{13} = 43,75$$

II. Déterminer la raison r d'une suite arithmétique :

- **Exemple :** Calculer la raison r d'une suite arithmétique de premier terme $u_1 = 3,4$ sachant que $u_{16} = 34,9$.

- **Solution :**

La relation $u_n = u_1 + (n - 1)r$ devient ici :

$$u_{16} = u_1 + 15r \Leftrightarrow 34,9 = 3,4 + 15r$$

$$\text{D'où : } 15r = 34,9 - 3,4$$

$$15r = 31,5 \Rightarrow r = \frac{31,5}{15} \Rightarrow r = 2,1$$

III. Déterminer le rang n d'un terme d'une suite arithmétique :

- **Exemple :** Calculer le rang n du terme $u_n = 37,6$ d'une suite arithmétique de premier terme $u_1 = 0,8$ et de raison $r = 1,6$.

- **Solution :**

La relation $u_n = u_1 + (n - 1)r$ devient ici :

$$37,6 = 0,8 + (n - 1)1,6 \Leftrightarrow 37,6 = 0,8 + 1,6n - 1,6$$

$$\text{D'où : } 1,6n = 37,6 - 0,8 + 1,6$$

$$1,6n = 38,4 \Rightarrow n = \frac{38,4}{1,6} \Rightarrow n = 24$$

IV. Calculer la somme des termes d'une suite arithmétique :

- **Exemple :** Calculer la somme des 15 premiers termes d'une suite arithmétique de premier terme $u_1 = 2,3$ et de raison $r = 3,1$.

- **Méthode :**

On utilise la formule $S = n \frac{(u_1 + u_n)}{2}$

- **Solution :**

La formule devient ici $S = 15 \frac{(u_1 + u_{15})}{2}$

Or : $u_{15} = u_1 + 14r \Rightarrow u_{15} = 2,3 + 14 \times 3,1 \Rightarrow u_{15} = 45,7$

D'où : $S = 15 \times \frac{(2,3 + 45,7)}{2} \Rightarrow S = 15 \times \frac{48}{2} \Rightarrow S = 15 \times 24$

Ainsi : $S = 360$

V. Déterminer le terme de rang n d'une suite géométrique :

- **Exemple :** Calculer le 8^e terme d'une suite géométrique de premier terme $u_1 = 1,2$ et de raison $q = 3$.

- **Méthode :**

On utilise la relation $u_n = u_1 \times q^{n-1}$

- **Solution :**

$$u_8 = 1,2 \times 3^{8-1} \Leftrightarrow u_8 = 1,2 \times 3^7 \Leftrightarrow u_8 = 1,2 \times 2187 \Leftrightarrow u_8 = 2624,4$$

VI. Déterminer la raison q d'une suite géométrique:

- **Exemple :** Calculer la raison q d'une suite géométrique de premier terme $u_1 = 3$ sachant que $u_7 = 46875$.

- **Solution :**

La relation $u_n = u_1 \times q^{n-1}$ devient ici :

$$u_7 = 3 \times q^{7-1}$$

D'où : $46875 = 3 \times q^6 \Rightarrow q^6 = \frac{46875}{3} \Rightarrow q^6 = 15625$

Donc : $q = 15625^{\frac{1}{6}} \Rightarrow q = 5$

VII. Calculer la somme des termes d'une suite géométrique :

- **Exemple :** Calculer la somme des 10 premiers termes d'une suite géométrique de premier terme $u_1 = 9$ et de raison $q = 4$.

- **Méthode :**

On utilise la formule $S = u_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$

- **Solution :**

La formule devient ici $S = 9 \times \frac{4^{10} - 1}{4 - 1} \Rightarrow S = 3(4^{10} - 1) \Rightarrow S = 3 \times 1048575$

Donc : $S = 3145725$

VIII. Application aux intérêts composés :

- **Exemple :** Une personne place un capital de 15 000 €, à intérêts composés, au taux annuel de 6 %. Quel est le montant de la valeur acquise à la fin de la 8^e année ?

- **Méthode :**

À la fin de chaque année, la valeur acquise est celle du début de l'année augmentée de 6%, c'est-à-dire multipliée par 1,06.

On a ainsi une suite géométrique de premier terme $u_1 = 15\,000$ et de raison $q = 1,06$.

- **Solution :**

Remarquons que la valeur acquise à la fin de la 1^{ère} année correspond à u_2 .

Donc la valeur acquise à la fin de la 8^e année est ici u_9 , c'est-à-dire :

$$15000 \times 1,06^8 = 15000 \times 1,593848 \approx 23907,72$$